

בסיעתא דשמיא

1,830 עשרונים

מנחות פרק יג (ב) דף קד:

”פִּרְשֵׁתִי מִנְחָה שֶׁל עֶשְׂרֹנִים וְאֵינִי יוֹדֵעַ מֵה פִּרְשֵׁתִי, יָבִיא מִנְחָה שֶׁל שְׁשִׁים עֶשְׂרוֹן. רַבִּי אֹמֵר, יָבִיא מִנְחֹת שֶׁל עֶשְׂרֹנִים מֵאֶחָד וְעַד שְׁשִׁים”

בגמרא (דף קו.) מובאת הברייתא (תוספתא מנחות יב, ה) שמסכמת ”שהן אלף ושמונה מאות ושלושים”
ננסה **בסיעתא דשמיא** להביא כמה חישובים מהפרשנים למספר הזה (רש”י, רבינו גרשום, תוספות, פסקי תוספות עם 2 הסברים, תפ”י ומלאכת שלמה)
רש”י (קן: ד”ה ”של”:

”של עשרוני' מאחד ועד ששים. שיביא ששים מנחות בששים כלים בחד כלי חד עשרון ובאיך שנים ובאיך שלשה ובאיך [ארבעה וכן עד] ששים”

לרש”י החישוב פשוט $1+2+3+4+...+60=1,830$

$(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22+23+24+25+26+27+28+29+30+31+32+33+34+35+36+37+38+39+40+41+42+43+44+45+46+47+48+49+50+51+52+53+54+55+56+57+58+59+60=1,830)$

רבינו גרשום (קו: ד”ה ”ומין אחד מאחד וד ס' עולין לאלף ושמונה מאות ושלושים”:

”אם תרצה לחשבם קח זה סימן בידך מכל חשבון שתרצה לחלקו כך. כגון אלו מאחד ועד ששים אמור ס' פעמים ס' ואל תחשוב אלא המחצית ל' פעמים ס' וכן חשוב מא' עד עשרה א' וב' הרי ג' הוסיף ג' הרי ו' הוסיף ד' הרי יו"ד הוסיף ה' הרי ט"ו. וכן עד עשרה יעלה החשבון נ"ה הרי הויתרו ה' על חשבון העשרה. ועכשיו ראה ל' פעמים ס' הרי י"ח מאות וששים הם ו' פעמים עשרה ולכל עשרה מותרים חמשה הרי שלשים וזהו אלף ושמונה מאות ושלושים:”

לרבינו גרשום החישוב מעט יותר מסובך,

$60 \times 60 = 3,600$ זה הכפלה אם היו 60 מנחות של 60 עשרונות

$60 \times 30 = 1,800$ מכיוון שזה בערך חצי

ואז 'מפרקים' כל עשירייה,

$1+2=3$

$+3=6$

$+4=10$

$+5=15$

$6+7+8+9+10=55$

עכשיו רבינו גרשום עומד על חישוב פשוט שמראה איך מגיעים למספר מדוייק בסוף,

מכיוון שאם נחשב בין 10-1 את החישוב של מחצית: $\frac{10 \times 10}{2} = 50$

ובחישוב ידני יצא לנו $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$ ויש יתרה של 5 לכל עשר

מכיוון שהכפלנו 30 ב-60, זה אומר שיש לנו 6 עשיריות וכזכור חסר לנו בכל עשיריה 5, יוצא לנו $6 \times 5 = 30$

(הסיבה שלא מחשבים כמו שראינו בשיטה מקובצת 155 והלאה, כי בהכפלה הגדולה של 30 כבר התייחסנו למספרים הגדולים ומה שחסר כרגע זה רק היחידות

הבודדות כל פעם ולכן בכלם יש את אותה יתרה של 5)

תוספות (קו: ד"ה "שהן":

"שהן אלף ושמונה מאות ושלושים – כיצד קח בידך מאחד ועד ששים וצרף תחילתן לסופן עד האמצע כגון אחד וששים הם ס"א שנים ונ"ט הם ס"א ושלוש ונ"ח הם ס"א בן תמנה עד שלשים דשלשים ושלושים ואחד נמי הם ס"א ויעלה לך שלשים פעמים ס"א וכן נוכל למנות פרים דחג דעולין לשבעים כיצד ז' וי"ג הם עשרים וכן ח' וי"ב הם עשרים וכן ט' וי"א הם כ' וי' הרי שבעים".

לתוספות אולי יש את החישוב הכי קצר,
שימו לב שאין את המספר 0 בהתחלה ולכן החישוב כך:

$$1+60=61$$

$$2+59=61$$

$$3+58=61$$

וכן הלאה

ואז בסוף

$$30+31=61$$

ואז יש 30 יחידות של 60

$$30 \times 61 = 1,830$$

וכותבים התוספות עוד שאפשר לחשב כך גם את פרי חג סוכות שהביאו מספר שונה בכל יום, לפי החישוב הקודם של הכי קטן + הכי גדול כפול היחידות

$$7+13=20$$

$$8+12=20$$

$$9+11=20$$

$$+10$$

$$=70$$

(יתכן שהתוספות מבארים שאפשר כך לחשב את פרי החג, מכיוון שלא בכל החישובים מצליחים לחשב מספרים שאינם מתחילים בספרה 1 והמעלה בחישוב שמביאים בתוספות שניתן לחשב כך גם כאלה מספרים)

פסקי תוספות (מופיע בדפים שאחרי סוף המסכת) רמ"ב:

"כשיש לך לחשב מאח' ועד ד' תחלוק החשבון שלפני החצי כמו א"ב ג"ד קח ג' ותחלוק לחצי וקח חלק קטן דהיינו א' ואומר שלשה פעמים ג' הוא ט'":

ישר וטוב (מר' ישראל טוביה הכהן ממודז'יץ):

"ורבים נבוכו בפירושו ונראה לפרש דכוונתו ליתן כלל האיך לחשוב מא' ועד ס' ונותן משל על חשבון קטן מא' ועד ד' וה"פ חצי החשבון הוא ב' דהא כל החשבון הוא ארבע אותיות נמצא דהחצי חשבון הוא שני אותיות והוא ב' וחשבון שלפני החצי הוא בכאן אות א' שהוא לפני הב' והא דקאמר **תחלוק החשבון שלפני החצי** כוונתו שתחלוק הא' מן הב' וזה הוא כוונתו נמי במאי דקאמר **קח ג' ותחלוק לחצי** האות ב' קורא אותו ג' לפי שהוא עולה לחשבון ג' עם האלף ביחד וקאמר דתחלוק החשבון ג' לחצי דהיינו האות א' חלק אחד ואות ב' חלק השני והא דקאמר **וקח חלק קטן דהיינו א'** פירוש דהחשבון של החלק קטן תקח בלא כפל וכבר יש בידך אחד ואח"כ תקח החלק הגדול שהוא אות ב' שעולה לחשבון ג' תכפול אות ג' פעמים ועולה לחשבון ט' ותצרף עם האחד ועולה עשרה וכן תעשה מא' עד ס' תחלוק החשבון שלפני החצי והוא כ"ט ועולה ארבע מאות ושלישים וחמשה ותקח אותו החלק הקטן בלא כפל ואח"כ תקח החלק הגדול דהיינו שלשים שעולה ארבעה מאות וששים וחמשה ותכפול אותו שלשה פעמים ויעלה לך אלף ושלוש מאות ותשעים וחמשה ותצרפם יחד ויעלה בס"ה אלף ושמונה מאות ושלישים:"

ההסבר הזה מצליח לפתור את מה שנראה לנו ממש כמו 'כתב חידה'

הפתרון של החשבון הגדול בין 1-60 נפתר בחישוב קל בין 1-4 והמחצית היא 2 והמספר שלפניו הוא 1 ויפרידו את הספרה הזו (1) מהספרה הבאה (2) ובהמשך הלשון לקחת את ג' ולחלוק אותו מתכוון לאות ב' מכיוון שהאות א' (1) + האות ב' (2) = ג' (3) ואת זה צריך לחלק ולהפריד מכיוון שאת האות א' שיוצא 1 נעשה שימוש ללא כפל ואז את האות ב' שיוצא 2 בנפרד ויחד עם האות א' יוצא 3 ואותו להכפיל 3 פעמים והתוצאה היא 9 ויחד עם האות א' (1) שהפרדנו ועכשיו מוסיפים אותה יוצא 10 (כמו שיוצא אם עושים חישוב $1+2+3+4$)

ואותו דבר אפשר לעשות גם בחישוב שלנו בין 1-60, המספר שלפני החצי שמקודם היה 1 כרגע הוא 29 והחישוב הפשוט של כל המספרים לפניו בין 1-29 יוצא 435 $(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22+23+24+25+26+27+28+29=435)$

ועל המספר הזה שכזכור מקודם בין 1-4 הוא היה 1, מוסיפים את המספר הבא שכרגע הוא 30 ומקודם היה 2 ואז מכפילים ב-3 והתוצאה של $465 \times 3 = 1,395$ וכמובן שמוסיפים את המספר הקודם שהוא 435 ויוצא 1,830

(כמו מקודם שלקחנו את המספר 2 והוספנו עליו את מה שקודם לו שזה 1 ואז הכפלנו ב-3 את הכל ועדיין הוספנו לתוצאה הסופית את 1 בפלוס,

ננסה לחשב בין 1-8 כמספר נרות החנוכה ללא השמש, שבחישוב ידני פשוט יוצא $1+2+3+4+5+6+7+8=36$ וכאן זה $1+2+3=6$ ויוצא 36) $10=1+2+3+4$ ואז מכפילים ב-3 ויוצא 30 ואז מוסיפים מספר אחד שכולל את כל המספרים שקודם בפלוס, וכאן זה $1+2+3=6$ ויוצא 36)

(הערת שוליים חשובה: בספר "אור הישר" על מסכת מנחות מהרב שמואל יצחק הילמן שהיה חמיו של הרב הרצוג מציין לעיין בספר "אבן הראשה" שכתב הרב אליהו קלצקין שהיה רב בלובלין והספיק לעלות לארץ ולכהן בראשות ישיבת 'אהל משה' עם ר' יוסף חיים זוננפלד, שם, בסימן כד הוא מציע הסבר אחר לחישוב הפסקי תוספות ובקצרה, הוא מסביר לחלק את הדי' לחצי ולהוסיף א שזה 1 על החצי ואז לקחת את האות ג עצמה ולהכפיל ב-3 כדי לחשב את 2-3-4, ואז להוסיף לתוצאה 9 את האות א שזה 1 וכמו כן אצלנו לקחת את 59 שהוא 1 לפני המספר האחרון ועל החצי שהוא 30 להוסיף 1 ולכן יוצא $31 \times 59 = 1,829$ ולתוצאה הזו גם להוסיף 1 והתוצאה של זה יוצאת 1,830 ועיין בדבריו למה בחרו בפסקי תוספות בהסבר הזה ולא בהסבר התוספות

(אם בחישוב הזה מנסיים להכניס 1-8 של נרות חנוכה יוצא $36 = 1 + 5 \times 7 = 35$ ואם נחשב בין 1-100 שיוצא 5,050 ולפי החישוב הזה גם $5,050 = 1 + 51 \times 99 = 5,049$) לסיכום: ראינו 2 הסברים מאוחרים, בהסבר הראשון קשה כי צריך לספור את המחצית הראשונה והג' שהופך לב' ובהסבר השני קשה להוסיף פעמיים את ה-1 וכן שההכפלה ב-3 לא רלוונטית בחישוב שלנו בין 1-60 (וראה בספר 'פסקי תוספות' של 'מכון ירושלים' להסבר מה'אור שמח' בגמרתו)

יעקב ליפשיץ

05876-05871

yakovlifshitz@gmail.com

שיטה מקובצת על הדף (קד): אות ה:

"ועד ששים היינו אלף ושמונה מאות ושלושים כיצד מאלף עד יוד נ"ה א"ט עשר ב"ח עשר ג"ז עשר ד"ו עשר ה"י חמש עשרה עוד מי"א עד עשרים קנ"ה כיצד י"א וי"ט הרי שלשים י"ב וי"ח הרי שלשים י"ג וי"ז הרי שלשים י"ד וט"ז הרי שלשים ט"ו וכ' הרי חמשה ושלושים הכל קנ"ה מכ"א עד שלשים רנ"ה כיצד כ"א וכ"ט הרי חמישים כ"ב וכ"ח הרי חמשים כ"ג וכ"ז הרי חמשים כ"ד וכ"ו הרי חמשים כ"ה ושלושים הרי חמשה וחמשים הכל רנ"ה משלשים ועד ארבעים שנ"ה כיצד ל"א ול"ט הרי שבעים ל"ב ול"ח הרי שבעים ל"ג ול"ז הרי שבעים ל"ד ול"ו הרי שבעים ל"ה ומ' הרי ע"ה הרי שנ"ה ומאחד וארבעים עד נ' תנ"ה מ"א ומ"ט הרי תשעים מ"ב ומ"ח הרי תשבעים מ"ג ומ"ז הרי תשעים מ"ד ומ"ו הרי תשעים מ"ה ונ' הרי תשעים וחמשה הכל תנ"ה ומנ"א ועד ס' תקנ"ה נ"א ונ"ט הרי ק"י נ"ב ונ"ח הרי ק"י נ"ג ונ"ז הרי ק"י נ"ד ונ"ו הרי ק"י נ"ה וס' הרי קט"ו הכל תקנ"ה וסימנך נ"ה קנ"ה רנ"ה שנ"ה תנ"ה תקנ"ה ס"ה אלף [ושמונה מאות] ושלושים ועיין בתוס' (דף קו) "

נסביר את השורה הראשונה ואז הכל מובן, מאלף (1) עד יוד (10) נה (55) א"ט (1-9) עשר (10) ב"ח (2-8) עשר (10) ג"ז (3-7) עשר (10) ד"ו (4-6) עשר (10) ה"י (5-15)

בין 1-10 יוצא 55	בין 11-20 יוצא 155	בין 21-30 יוצא 255	בין 30-40 יוצא 355	בין 41-50 יוצא 455	בין 51-60 יוצא 555
1+9=10	11+19=30	21+29=50	31+39=70	41+49=90	51+59=110
2+8=10	12+18=30	22+28=50	32+38=70	42+48=90	52+58=110
3+7=10	13+17=30	23+27=50	33+37=70	43+47=90	53+57=110
6+4=10	14+16=30	24+26=50	34+36=70	44+46=90	54+56=110
5+10=15	15+20=35	25+50=55	35+30=75	45+40=95	55+50=115
ובסיכום: 55+155+255+355+455+6555=1,830					

תפארת ישראל (יכין) פרק יג משנה ב (כהסבר התוספות)

(יג) "מאחד ועד ששים דס"ל קטן והביא גדול לא יצא. לפיכך יביא ס' מנחות בס' כלים. באחת א'. ובאחת ב'. ובאחת ג' וכו'. עד ס'. נמצא בין הכל אלף תת"ל עשרונים

[וחשבון זה נעשה בנקלות מאד. בשנזווג המספר הראשון עם המספר האחרון. והיוצא נכפילו עם חצי מספר הכללי. למשל בעניינינו שהמספר הכללי הוא ס'. נמצא שחציו הוא 30. ובשנזווג המספר הראשון שהוא 1. עם מספר האחרון שהוא 60. יהיו יחד 61. וכן המספר הב' שהוא 2 עם המספר שהוא קודם האחרון דהיינו 59. הם יחד ג"כ 61 וכן 3 עם 58. 4 עם 57. וכן כולן. ולכן נכפיל 30 פעם 61 יצא 1830 ועי' תוס'"].

מלאכת שלמה פרק יג משנה ב:

"הגה"ה לשון החכם הר"ר סולימאן ז"ל פי' אם תעשה טבלא מרובעת ותצייר בה ששים שורות שכל שורה יש בה ששים רבועים קטנים יעלו בין הכל שלשת אלפים ושש מאות רבועים ואם תעביר קו בתוך הטבלא מאלכסון לאלכסון והחלוק הטבלא לשנים תמצא בכל חצי ששים שורות הראשונה אחת והשניה שתים והג' שלש וכן כלם עד האחרונה שיש בה ששים והרי יעלה בין הכל אלף ושמונה מאות רבועים ולפי שהשורה האמצעית שעבר בתוכה הקו הרבועים שבו נתחלקו כל א' לשנים צריך כדי להשלימם ששים חצאין מהם דהיינו שלשים אחרים שתוסיף עליהם מחוץ והרי בין הכל אלף ושמונה מאות ושלושים ע"כ"]

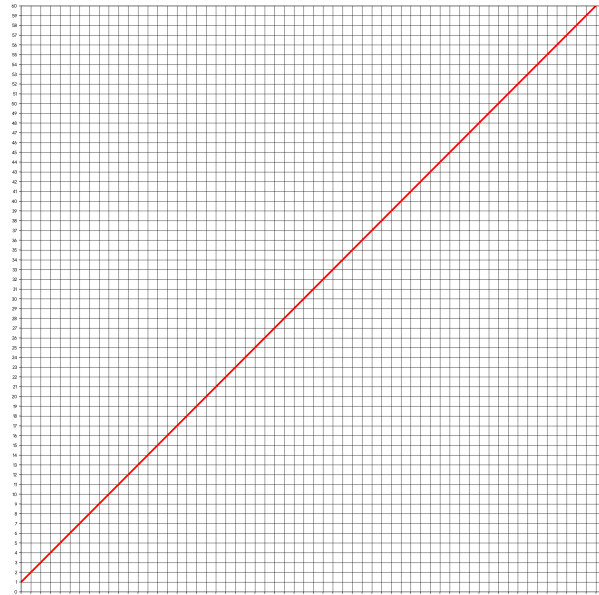
נביא 3 טבלאות כדי להסביר את החישוב הזה:

נצייר טבלא של 60 על 60 שיוצא 3,600

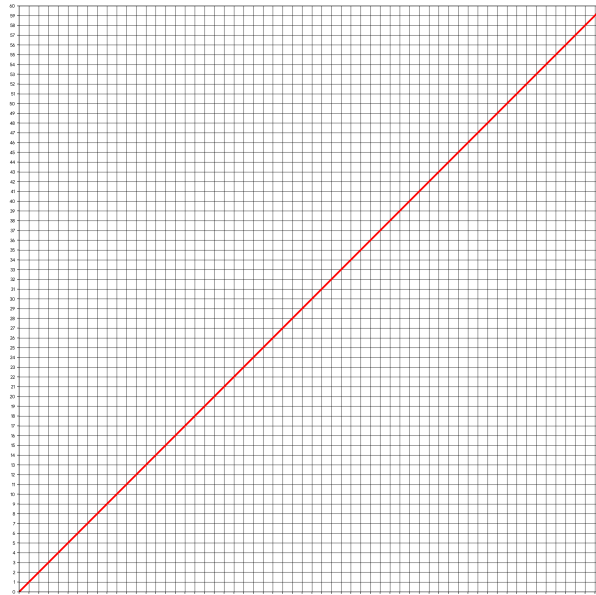
ואז נחלק עם קו באמצע, שיוצא 1,800

אבל לא ממש באמצע, מכיוון שיש את הספרה 1 שהיא גם נחשבת ולכן המשבצת הראשונה לא מתחלקת עם הקו
ואז לוקחים את המשבצת החצויה לכל האורך ויוצא תוספת של $60 \times 0.5 = 30$

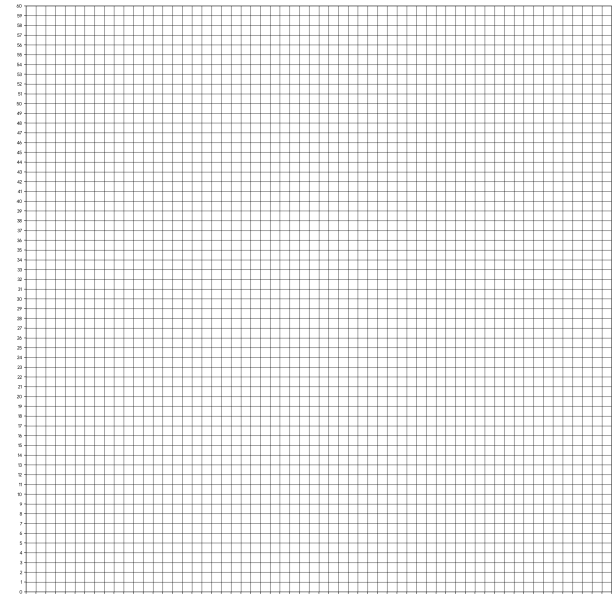
ולכן סך הכל יוצא 1,830



זו הטבלא עם קו מעל השורה הראשונה שיצא בין 1-60 שאותה מחשב



זו הטבלא עם קו ממש באמצע שלא מחשבים



זו הטבלא הריקה עם 60 משבצות ממוספרות

יעקב ליפשיץ

05876-05871

yakovlifshitz@gmail.com