

בס"ד

בדפים שלהלן (סיכום סוגיית "אמר עולא" (בבא בתרא כו :-כו). שלושה חלקים :

חלק א' – פשט גמרא (עמודים 1-8)

חלק ב' – פירוש רש"י ד"ה אַפְתִּי פֶּשׁ לִיה פְּלָגָא דְאַמְתָּא (עמודים 9-11)

חלק ג' – פירוש התוספות ד"ה הכי גרס ר"ת פש להו תרי תילתא אמתא (עמודים 12-21)

כו: לא יחפור פרק שני בבא בתרא

חלק א' – פשט גמרא

אמר עולא אילן הסמוך למצר בתוך שש עשרה אמה גזלן הוא ואין מביאין ממנו בכורים

<p>גזלן הוא. שיונק משדה חבירו: ואין מביאין ממנו בכורים. אין צריך להביא ממנו בכורים דבעינן אשר תביא מארצך (דברים כו)</p>	<p>[1] עפ"י עולא, אילן הסמוך למצר כלומר לגבול עם שדה חבירו אם המרחק לשדה חבירו קטן משש עשרה אמה, עפ"י עולא במרחק כזה האילן יונק מתוך אדמת החבר ולכן אומר עולא שיש כאן גזל ולכן אין מביאים מאילן זה ביכורים. אין מביאים ביכורים מהגזל שכתוב במצוות הביכורים "אשר תביא מארצך" (מצוות הביכורים להביא לבית המקדש את הפירות הראשונים משבעת המינים שצמחו בכל שנה "ראשית בְּפֹרֵי אֲדָמָתְךָ תְּבִיא בֵּית ה' אֶלְקִיךָ")</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

מנא ליה לעולא

[2] שואלת הגמרא לגבי המספר שש עשרה שאמר עולא, מהיכן עולא מסיק שפחות משש עשרה אמה האילן יונק משדה חבירו

[3] נסיון ראשון לתשובת הגמרא :

הא אילימא מדתנן עשר נטיעות המפוזרות בתוך בית סאה חורשין כל בית סאה בשבילן עד ראש השנה

[4] רקע לתשובת הגמרא :

במצוות שמיטה יש איסור לעבוד את הקרקע בשנה השביעית (שנת השמיטה). הלכה למשה מסיני שאיסור עבודת הקרקע מתחיל שלושים יום לפני ראש השנה של שביעית ("תוספת שביעית") ואינו נוהג אלא בזמן שבת המקדש קיים.

חכמים הרחיבו את האיסור של תוספת שביעית :

שדה תבואה - איסור עבודת קרקע מחג הפסח

שדה אילן – איסור עבודת הקרקע מחג שבועות.

הרעיון המרכזי בתוספת הוא שלא יחרוש את הקרקע לטובת השנה השביעית אלא רק מה שנוקק לאילן.

(בברייתא נשנה ששרבן גמליאל ובית דינו צמצמו את האיסור. לעיון והעמקה מסכת מועד קטן ג:).
 במשנה מסכת שביעית פרק א' משנה ו': עֶשֶׂר נְטִיעוֹת מְפֹזְרוֹת בְּתוֹךְ בֵּית סָאָה, חוֹרְשֵׁין כָּל בֵּית סָאָה בְּשִׁבְלֵן, עַד
 ראש השנה. הֵיוּ עֲשׂוּיֹת שׁוֹרָה וּמְקַפּוֹת עֵטְרָה, אֵין חוֹרְשֵׁין לָהֶם אֶלָּא לְצָרְפֵן :



פירוש חי על מסכת בבא בתרא (איור 412)

	<p>[5] בית סאה – חמישים אמה על חמישים אמה (אלפיים וחמש מאות אמות מרובעות).</p> <p>חצר המשכן קרוי בית סאתיים והוא מאה על חמישים מכאן שבית סאה הוא חצי מכך חמישים אמה על חמישים אמה.</p>
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

[6] נְטִיעוֹת (אילנות צעירים) – יש חשש להפסד רב אם לא יחרשו עבורם את כל השדה עד ראש השנה מותר לעבוד את בית הסאה עבורם עד ראש השנה בניגוד לאילנות זקנים. (חילוק זה הוא הלכה למשה מסיני. שוטנשטיין מביא את רש"י מועד קטן ג:).
 השיעור של עשר נטיעות לבית סאה נובע מכך שהנוהג הוא שבהתחלה נוטעים דקלים צעירים, עשרה בכל בית סאה, שהוא שטח שכולו נחוץ לצורך יניקת עשר נטיעות וכשהם נעשים אילנות גדולים עוקרים אותם ונוטעים אותם שלושה בכל בית סאה. ועל כך אומר ר' אסי שאע"פ ששדה שנטועות בו אילנות גדולים אסור לחרשו משבועות(עצרת) שלפני שנת השמיטה ואילך, מכל מקום כשנטועות בו נטיעות שהן רכות וקלות להתקלקל אזי הלכה למשה מסיני שמותר לחרשו עד ראש השנה. (שוטנשטיין מועד קטן דף ג: הערה 22).

הֵיוּ עֲשׂוּיֹת שׁוֹרָה – כלומר שאינן מְפֹזְרוֹת אלא עומדות בשורה אחת סמוכות זו לזו אזי במקרה כזה מותר לחרוש כדי צרכה של כל נטיעה ושאר השטח דינו כשדה תבואה (כלומר לכל נטיעה בפני עצמה ברור שזה לצורך האילן ולא חרישה לצורך השביעית אבל אם יחרוש את שאר השטח נראה כמתקן את הארץ לצורך שביעית ולא לצורך האילנות. (ר' עובדיה מברטנורא, שביעית פרק א' משנה ו') ולכן בעצם לשאר השטח אנו מתייחסים כשדה לבן שמותר לחרשו עד שבועות.

כעת שוב לתשובת הגמרא

הא אילימא מדתנן עֶשֶׂר נְטִיעוֹת הַמְּפֹזְרוֹת בְּתוֹךְ בֵּית סָאָה חוֹרְשֵׁין כָּל בֵּית סָאָה בְּשִׁבְלֵן עַד ראש השנה

<p>עשר נטיעות מפוזרות צבים סאה. לארכו ולרחבו כולן בשורה יונקות מכל בית סאה וכולם" צריך להם ומותר לחורשו ערב שביעית עד ראש השנה שהלכה למשה מסיני הוא. ובית סאה חמשים אמה על חמשים אמה שחצר המשכן קרוי בית סאתים והוא מאה על חמשים:</p>	<p>[7] נסיון ראשון של הגמרא לענות מהיכן עולא למד את המספר שש עשרה: מההקדמה שלעיל אנו לומדים שעשר נטיעות המפוזרות בבית סאה יונקות מכל הבית סאה ולכן מותר לחרוש את כל בית הסאה עד ראש השנה. ומכאן מנסה הגמרא לאמר שלמד עולא את שיעור היניקה של אילן</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

כמה הוו להו, תרי אלפין וחמש מאה גרמידי

הגמרא דוחה נסיון זה:

<p>כמה הוו להו. בית סאה כי עבדת (ט) להו רצועה של אמה רוחב: תרי אלפין וחמש מאה גרמידי. שהרי יש כאן נ' רצועות של חמשים אמה ועלות לאלפים וחמש מאות אמה חלוק אותן לעשר אילנות תמצא צירוף קרקע יניקת כל אילן ואילן בין הכל מאתן וחמשין אמה אורך באמה רוחב:</p>	<p>[8] כמה שטח סה"כ יש לנו בבית סאה? בית סאה הוא 50 אמה על 50 אמה השווים ל: $2,500$ מרובעות אמות = 50×50 אמה "תרי אלפין וחמש מאה גרמידי"</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

לכל חד וחד כמה מטי ליה, מאתן וחמשיין

<p>[9] אם נפזר באופן יחסית אחיד את עשר הנטיעות בבית האמה נקבל שכל נטיעה יונקת משטח של 250 מרובעות אמות = $2,500 \div 10$</p>

הא לא הוי דעולא

[10] בשלב זה אנו מבינים את עולא שאמר שאילן יונק 16 אמות לכל צד כריבוע בשטח של 32×32

413. הא לא הוי דעולא, וברשיי.

פירוש חי על מסכת בבא בתרא

כלומר יש לנו 16 אמות לכל כיוון מהאילן. צלע הריבוע 32 ולכן שטח הריבוע שסביב האילן:

1024 אמות רבועות = 32×32

כלומר האילן יונק סביבותיו משטח של 1024 אמות רבועות. אבל במשנה שראינו מדובר על שטח קטן מהרבה ליניקת אילן. שטח של 250 אמות רבועות

הא לא הוי כדעולא. דשיעור עולא נפיש
 דאמר דאילן יונק שש עשרה י' לכל ז' הרי ל"ב על ל"ב עשה מהן
 רצועה אחת של אמה רוחב כאשר עשית מצית סאה תמנאנה של אלף
 וכ"ד אמה שהרי יש כאן שלשים ושמים רצועות כל אחת ואחת ל"ב
 אמה:

נסיון נוסף של הגמרא להבין מהיכן עולא למד את המספר שש עשרה :

ואלא מדתנן שלשה אילנות של שלשה בני אדם אלו מצטרפין וחורשין כל

לא יחפור פרק שני בבא בתרא כז.

בית סאה בשבילן

[11] כעת נסיון נוסף של הגמרא לענות מהיכן עולא למד את המספר שש עשרה. הגמרא מנסה לענות זאת ממשנה בשביעית (פרק א' משנה ה')

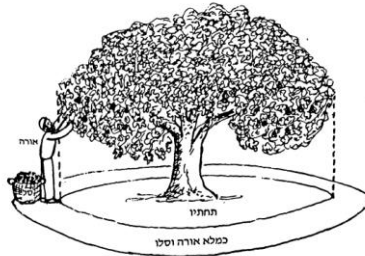
שלשה אילנות של שלשה אנשים, הרי אלו מצטרפין, וחורשין כל בית סאה בשבילן

כלומר, ובהמשך להקדמה שלעיל, בהגדרת שדה אילן שמותר לחורשו עד חג שבועות שלפני שנת שמיטה, אומרת לנו המשנה ששלושה אילנות גדולים המפוזרים בצורה אחידה בבית סאה, למרות שהם של שלושה בני אדם שונים, עדיין הם נחשבים כשדה אילן ומותר לחרוש את כל הקרקע כי האילנות יונקים מכל בית הסאה.



פירוש חי על מסכת בבא בתרא (איור 414)

אם זה שטח גדול יותר אזי אסור לחרוש את כל השדה עד שבועות אלא מתייחסים לכל השדה כשדה לבן שמותר לעבדו עד פסח שלפני שביעית. כי זה לא לצורך האילנות אלא לצורך הקרקע. ואז במקרה כזה מותר לעבוד עבור כל אילן כדי צרכו, תחתיו וחוצה לו "כמלוא אורה וסלו" (ארייה היא פעולת קטיף התאנים)



פירוש חי על מסכת בבא בתרא

ואלא מדסקן שלשה אילנות. גדולים שיונקים יותר מן הנטיעות ומפוזרין צבית קאה לארכו ולרחבו בשוה אע"פ ה' שאינו של אדם אחד אלא של שלשה בני אדם מאטרפין להיות שדה אילן ולחרוש כל צית קאה בשזינן ערב שביעית עד ענרת כדין שדה אילן ואם לאו אין חורשין אלא כל אחד כדי לרכו דהיינו תחתיו וחוצה לו כמלא אורה וסלו והשאר הוי שדה הלצן ואין חורשין אותו אלא עד הפסח:

כמה הוו להו? תרי אלפי וחמש מאה גרמידי

[12] אותו חישוב שלעיל. סך כל השטח הוא 2,500 אמות רבועות

לקל חד כמה מטי ליה? תמני מאה ותלתין ותלתא ותילתא

[13] אם יש לנו 2,500 אמות רבועות לכל השטח

ויש לנו שלושה אילנות הפזורים באופן שווה

$$\text{אזי יש לנו } 833 \frac{1}{3} = 2,500 \div 3 \text{ לכל אילן (בלשונו של רש"י תתל"ג ותילתא)}$$

כמה מטי. לכל חד מהנך אילנות תתל"ג ותילתא אכתי נפישין להו שש עשרה אמה דעולא דהוי אלף וכ"ד:

אכתי נפישין ליה דעולא

[14] אומרת הגמרא שזה עדיין לא מתאים כי עפ"י עולא מסביב לכל אילן יש 1,024 אמות רבועות ועפ"י

המשנה יש $833 \frac{1}{3}$ אמות רבועות.

לא דק

[15] הגמרא מנסה לאמר שאלו מספרים מספיק קרובים ועולא לא דקדק ("לא דקי") כ"כ בקרבה כזו של מספרים

לא דק. עולא לא דקדק כל

כך הואיל וקרוב לשיעור זה קאמר ולא איכפת ליה:

אימור דאמרינן לא דק, לחומרא. לקולא לא דק מי אמרינן

[16] הגמרא דוחה את זה ואומרת שאכן ניתן לאמר שלא מדקדקים כל כך ("לא דקי") במספרים אבל כשזה

לחומרא. ואילו לקולא לאומרים "לא דקי".

במקרה שלנו מכיוון שהשטח לפי עולה גדול יותר מהמשנה יוצא שלא מביאים ביכורים כאשר האילן עד שש עשרה אמה (מה שמוביל אותנו לסה"כ שטח של 1,024) שזה גדול מהשטח שהמשנה מדברת עליו. כלומר יוצא שיש שטח שעל פי עולה לא מביאים ממנו ביכורים ועל פי המשנה כן מביאים ולא יתכן שה"לא דק" של עולה יביא לקולה.

אימור דאמרינן לא דק.

היכא דאזיל לחומרא הכא
 קא אזיל לקולא דאינו יונק כל כך
 וקאמר איהו דיונק ופטר ליה
 מביכורים:

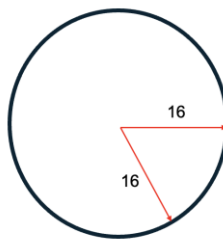
מי סברת בריבועא קא אמרינן? בעיגולא קא אמרינן

כעת, אנו עדיין אומרים שעולה למד מהמשנה של "שלושה אילנות" אבל מבינים את עולה קצת אחרת.
רש"י: מי סברת. שש עשרה אמה דעולה בריבועא קאמר דליהוי שלשים ושתים על ל"ב כדקאמרינן :
רש"י: בעיגולא קאמר. שכל סביביו יונק שש עשרה והיינו בעיגולא דאילו ברבוע נמצא כנגד האלכסון יותר משש עשרה אמה :

	<p>[17] הנחנו עד עכשיו שכאשר עולה אומר שש עשרה אמה, הרי שאנו עוסקים בריבוע שאורך הצלע שלו היא 32 (16 כפול 2). שואלת הגמרא, כאשר עולה מתייחס למרחק יניקה של 16 אמות, למה להניח שמדובר בריבוע? הרי בריבוע האלכסון גדול מ-16. לכן נסבור שעולה התייחס לעיגול</p>
<p>אורך האלכסון: $\sqrt{16^2 + 16^2} = 22.6 > 16$</p>	

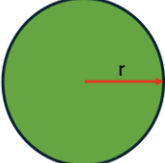
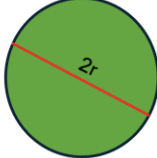
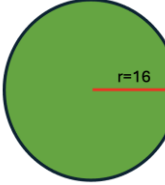

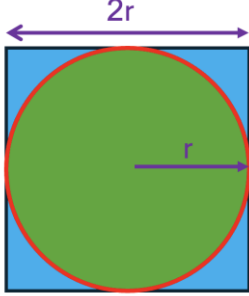
בעיגולא קא אמרינן

[18] זו ההנחה שעולה התייחס למעגל שרדיוסו 16. (ואז לכל כיוון יש לנו 16)



מקדי כמה מרובע יותר על העיגול? רביע.

הגמרא מנסה כעת להבין בכמה הקטנו את השטח כאשר עברנו מריבוע לעיגול תזכורות מתמטיות :

	<p>[19] רדיוס – הקטע המחבר בין מרכז המעגל להיקפו שטח עיגול שרדיוסו r: πr^2</p>
	<p>[20] קוטר - קוטר הוא מקטע שמחבר בין שתי נקודות הנמצאות על היקף המעגל כאשר התנאי ההכרחי הוא שהוא גם עובר דרך מרכז המעגל. אורכו $2r$</p>
<p>[21] פאי π - מייצג את היחס הקבוע בין קוטר המעגל לקוטרו. הייצוג העשרוני של פאי כולל אין סוף ספרות אחרי הנקודה וערכו $3.1415926535\dots$ הקירוב המקובל בגמרא לפאי כאשר נרצה לתארו כמס' עשרוני נצטרך לתת בעצם קירוב לערכו האמיתי. הוא 3</p>	
	<p>[22] שטח מעגל (השטח הירוק) - πr^2 למשל: כאשר רדיוס המעגל שווה ל-16, ונקרב את $3 \approx \pi$ שטח המעגל: $\pi r^2 = 3 \times 16 \times 16 = 768$</p>
	<p>[23] היקף מעגל (אורך הקו האדום) - $2\pi r$ למשל: כאשר רדיוס המעגל שווה ל-16, ונקרב את $3 \approx \pi$ אורך ההיקף: $2\pi r = 2 \times 3 \times 16 = 96$</p>
	<p>[24] מעגל החסום בריבוע. רדיוס המעגל r צלע הריבוע היא כאורך קוטר המעגל $2r$ שטח ריבוע שאורך צלעו $2r$: $(2r)^2 = 4r^2$ שטח עיגול שרדיוסו r: πr^2</p> $\frac{\text{שטח עיגול}}{\text{שטח ריבוע}} = \frac{\pi r^2}{4r^2} = \frac{\pi}{4} \approx \frac{3}{4}$ <p>כלומר שטח המעגל החסום הוא שלושת רבעי שטח הריבוע. אם יש לנו את שטח הריבוע נוכל להוריד רבע משטח הריבוע (שזה החלקים בתכלת באיור משמאל) ולגלות את שטח המעגל</p>

פשו להוֹ שְׁבַע מְאָה וְשִׁתִּין וְתִמְנָא.

[25] הגמרא אומרת שאם אנו רוצים לחשב את שטח העיגול כאשר נתון לנו שטח הריבוע אנו צריכים להוריד $\frac{1}{4}$

משטח הריבוע. כפי שהראינו לעיל ב- [24]

[26] יוצא לנו שכדי לחשב את שטח העיגול בהינתן לנו שטח הריבוע צריך להוריד רבע.

במקרה שלנו שטח הריבוע הוא 1024

נחלק ל4 : $\frac{1024}{4} = 256$ כלומר רביע של 1024 זה 256

נחסר 256 מ 1,024 ($1024 - 256 = 768$)

ונקבל 768 (שֶׁבַע מֵאָה וְשֵׁתִין וְתַמְנִיָּא)

כלומר כעת כשעברנו לעיגול השטח סביב האילן הוא 768

הערה : יכולנו לחשב את שטח העיגול גם בצורה ישירה עפ"י הנוסחה

$$\pi r^2 = 3 \times 16^2 = 768$$

אִכְתִּי פֶּשׁ לִיה פִּלְגָא דְאִמְתָא

[27] שואלת הגמרא, עדיין זו לא אותה מידה של המשנה ויש עדיין פער של חצי אמה בין מידת עולא למידת

המשנה (הסבר ל"חצי אמה" למטה)

ואם נסתכל על זה במידות שטח. כאן השטח עפ"י עולא הוא 768 אמות רבועות ולפי המשנה $833\frac{1}{3}$

היינו דְלָא דִק

[28] עונה הגמרא שזה כבר קרוב מספיק ועולא לא דקדק עד כדי כך

וְלַחֲוּמְרָא לָא דִק

רש"י: היינו דלא דק. עולא דהוה מצי למימר שיתסרי ופלגא ולחומרא לא דק ואזיל לחומרא ולא צמצם

שיעורו:

[29] והסיבה שכאן אנו מקבלים את חוסר הדיוק הוא כי השטח עפ"י עולא קטן יותר כלומר מחמיר יותר מבחינת הבאת הביכורים כלומר, אין איזור שבו עפ"י המשנה צריך להביא ביכורים ועפ"י עולא לא צריך להביא ביכורים כי השטח במשנה גדול יותר. ובמקרה כזה שעולא מחמיר יותר מותר לא לדקדק ("לא דק").

[30] תוספות : לחומרא לא דק. וא'ת והא נמי קולא הוא הא דמייתי ביכורים דמפקע להו מתרומה ומעשר כדאמרינן בהמוכר את הספינה (לקמן דף פא: ושם) ויש לומר דעולא לא איירי אלא במאי דאינו מביא בתוך

י'ו אבל חוץ לי'ו פעמים מביא ופעמים אינו מביא

התוספות מעיר שצריך לשים לב שחומרא בביכורים היא קולא בתרומות ומעשרות (מה שמביאים ממנו ביכורים פטור מתרומה ומעשר) ולכן לכאורה יוצא שיש שטח הסמוך למצר חבירו שעפ"י המשנה אין מביאים ממנו ביכורים אבל מביאים תרומות ומעשרות ולפי עולא בשטח זה מביאים ביכורים אבל לא תרומות ומעשרות כך שעולא מקל בשטח זה בתרומות ומעשרות.

עונה התוספות שעולא התייחס רק לשטח שבוודאות אין מביאים ממנו ביכורים ("אילן הַסְמוּךְ לְמִצַּר בְּתוֹךְ

שֶׁשׁ עֶשְׂרֵה אַמָּה גִזְלָן הוּא וְאִין מְבִיאִין מִמֶּנּוּ בְּכוּרִים") מאבל מעל 16 אמות לשיטת עולא לפעמים מביא

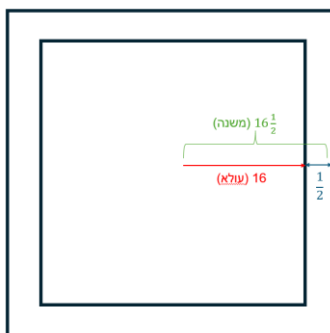
ולפעמים לא.

חלק ב' – שיטת רש"י - אפתי פש ליה פלגא דאמתא

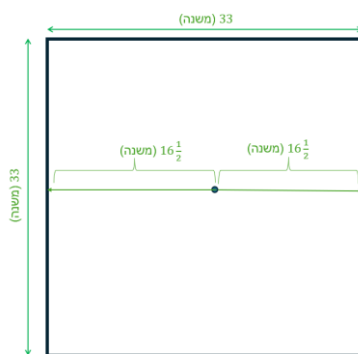
וכמה מרובע יתר על העיגול רביע

[31] **דל רביע מאלף וכ"ד** - כדי לחשב את שטח המעגל החסום אנו צריכים להוריד רבע (כפי שהראינו לעיל ב-[24]), כלומר הורד רבע מ-1,024 שזה **פשו להו תשס"ח אמות ברוחב אמה** (ונישאר עם 768 אמות רבועות לשטח העיגול החסום ע"י המעגל כפי שהראנו לעיל [26]) **אכתי לא שוי שיעורי דהשתא** (עדיין אנו לא במידה שווה בין המשנה לעולא) **פשו להו שיעורי דמתני' אדעולא פלגא דאמתא** (נותר לנו חצי אמה הפרש בין מידת עולא למידת המשנה)

ונמצא אילן יונק י"ו אמה ומחצה לכל צד (אם הפער בין עולא למשנה הוא חצי אמה אז יוצא שאילן במשנה יונק סביבו 16.5)



אז דהיינו ל"ג על ל"ג (אורך חצי צלע 16.5 אז הצלע היא 33 ל"ג)



דשיעורא דעולא תשס"ח ושיעורא דמתני' תתל"ג (שיעור השטח מסביב לאילן עפ"י עולא זה תשס"ח 768 כפי שהראינו לעיל ושיעור המשנה תתל"ג 833 (ושליש))

[32] **ונפיש שיעורא דמתניתין אדעולא ס"ה אמות באמה רוחב**

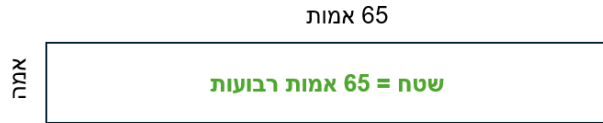
ואז יוצא ששיעור המשנה גדול משיעור עולא ס"ה 65 אמות רבועות.

$$833 \frac{1}{3} - 768 = 65 \frac{1}{3} \approx 65$$

[33] כאן רש"י מסביר למה "חצי אמה" זה בדיוק ההפרש בין מידת עולא למידת המשנה.

חלוק הרצועה לרוחב הרי ק"ל אמה אורך ברוחב חצי אמה

יצא לנו [ב-32] שהפער הוא 65 אמות רבועות, כלומר 65 אמות ברוחב אמה



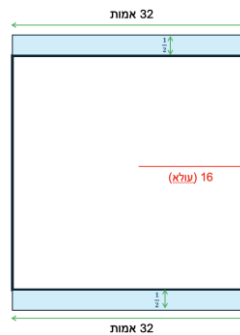
שזה מבחינת שטח שווה לרצועה שאורכה 130 אמה (פי 2 באורך) ברוחב חצי אמה (חלקי 2 ברוחב)



השטח של שניהם הוא 65 אמות רבועות

[34] הקף מהם האילן ל"ב אמה לצפון וכנגדו לדרום

נוסיף רצועה באורך 32 אמות ברוחב חצי אמה בצפון ובדרום



[35] נמצא מהצפון לדרום ל"ג שהרי הוספת עליו חצי אמה לכאן וחצי אמה לכאן נשארו ס"ו ברוחב

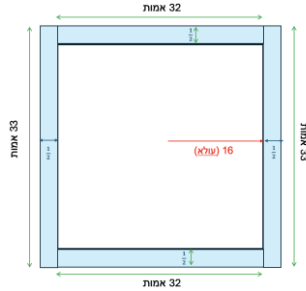
חצי אמה תן חציין למזרח וחציין למערב נמצא מוקף ברבוע

מכיוון שהוספנו חצי אמה בצפון וחצי אמה בדרום הרי שכעת האורך מצפון לדרום הוא $33 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$.

ואם אנו רוצים להקיף את כל הריבוע, אנו צריכים להוסיף עוד רצועה של 33 אמות ברוחב חצי אמה במזרח

ורצועה נוספת כזו במערב. סה"כ הוספנו $32 + 32 + 33 + 33 = 130$

אמות ברוחב חצי אמה שזה כפי שהראנו שווה לשטח של 65 אמות מרובעות שזה בדיוק מה שאמרנו הפער בין עולא למשנה.



[36] ולא דקדק הגמרא כל כך דנקט פלגא אמתא דהא עולא בעיגול קאמר
 כעת בעצם ניתן לשאול, הרי את שיטת עולא הצגנו בעיגול וכאן במשנה חזרנו לריבוע

[37] ואילו בעיגול הייתי יכול להוסיף עליו שני שלישי אמה לכל צד

אם היינו מסתכלים גם על השטח של המשנה (833.333) כעיגול אזי הרדיוס שלו היה $16\frac{2}{3}$ (הסבר בהמשך)

שזה פער של שני שלישי אמה (ולא חצי) לעומת מידת עולא.

[38] הסבר מדוע הרדיוס המתקבל הוא $16\frac{2}{3}$:

$$\leftarrow \pi r^2 = 833\frac{1}{3}$$

$$r^2 \approx \frac{833\frac{1}{3}}{3}$$

$$r^2 = 277.777$$

$$r = \sqrt{277.777}$$

$$r = 16\frac{2}{3}$$

[39] אלא משום האי פורתא לא דק כולי האי

אבל בגלל שההפרש כל כך קטן בין שני שלישי וחצי, לא דקדקו כל כך (בכל מקרה שניהם גדולים ממידת עולא
 ולכן בשניהם נשארים כשמידת עולא מחמירה בסוגיית הבאת הביכורים)

[40] ואית דגרסי פש ליה תרי תילתי דאמתא :

ויש אכן גרסאות בגמרא שמופיע בהם "פש ליה תרי תילתי דאמתא" (שני שלישי אמה כמו החישוב שעשינו)
 (ולא כגרסא שמופיעה אצלנו "פלגא דאמתא")

חלק ג' – שיטת תוספות - הכי גרס ר"ת פש להו תרי תילתא אמתא

[41] הגירסה הבסיסית שהתוספות מביא היא גרסת שני השלישים ("פש להו תילתא אמתא") ולא הגירסא של חצי אמה ("פלגא דאמתא") שגם אותה התוספות מזכיר בסוף. התוספות מביא מסי' הסברים להבנה של שני שלישים, כלומר מדוע תוספת של שני שלישים למידת עולא הוא בדיוק הפער שראינו בין המשנה למידת עולא (ב-[32])

הסבר א' :

[42] פי' כשתקיף אילן דעולא רצועה רחבה שני שלישי אמה יהא גדול כאילן המשנה

	<p>אם נוסיף למידות עולא (מעגל ברדיוס 16) רצועה של $\frac{2}{3}$ אמה (מצוייר בתכלת משמאל) נקבל בדיוק את השטח שבמשנה. וכעת התוספות ניגש להסביר למה</p>
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

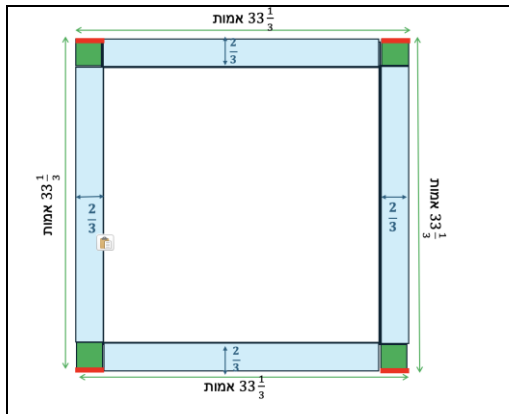
[43] שהי' יותר ס"ה אמות ושליש ברוחב אמה

ההפרש כפי שחישבנו לעיל בין מידת המשנה ($833\frac{1}{3}$) למידת עולא (768) הוא $65\frac{1}{3}$ יש לשים לב שהתוספות לא מראה כיצד הגמרא מגיעה לחישוב של "תרי תילתא" אלא מוכיח שזה נכון. מראה שאכן אם נוסיף למידת עולא שני שלישי אמה זה בדיוק מכסה את ההפרש של $65\frac{1}{3}$

[44] שהרי אם תקיף ל"ב על ל"ב מרובעים יצטרך קב"ח

	<p>כלומר אם נוסיף רצועה ברוחב שני שלישים מסביב לכל פאה, נצטרך להוסיף רצועה (ברוחב שני שלישים) באורך של 128 $32 + 32 + 32 + 32$</p>
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

[45] ולד' קרנות ח' שלישים



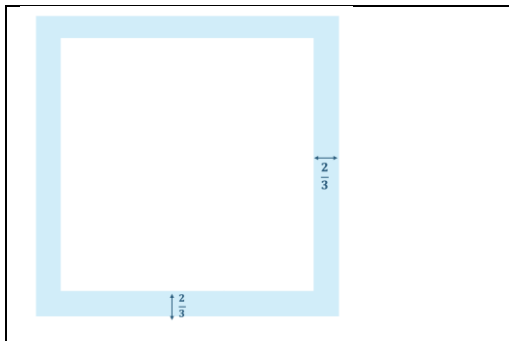
וכדי להשלים אנו צריכים להוסיף בפינות את מה שחסר
 (ריבועים ירוקים בשרטוט משמאל)
 היקף תוספת (קו אדום בשרטוט משמאל) (ברוחב שני
 שלישים) - $\frac{2}{3}$
 סה"כ תוספת ההיקף (ברוחב שני שלישים)

$$4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

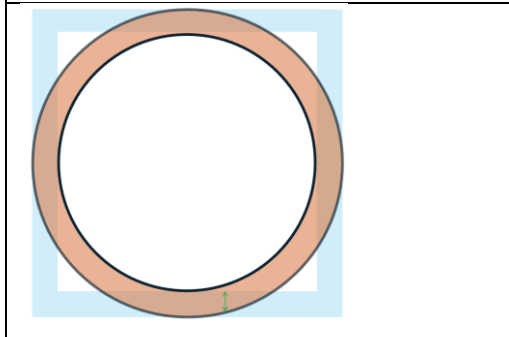
[46] הרי ק"ל ושני שלישים אורך על שני שלישים רוחב

סה"כ תוספת ההיקף - $128 + \frac{8}{3}$ שווה ל- $130 \frac{2}{3}$

לכן סה"כ הוספנו שטח של $130 \frac{2}{3}$ אורך \times רוחב $\frac{2}{3}$



כעת יש לנו מסגרת היקפית באורך $130 \frac{2}{3}$ וברוחב $\frac{2}{3}$



ואנו רוצים לדעת איזה שטח זה מוסיף למעגל החסום ע"י
 המסגרת הזו ביחס למעגל החסום ע"י הריבוע המקורי (עולא)

[47] תחסר הרביע שהעיגול פחות ישאר צ"ח


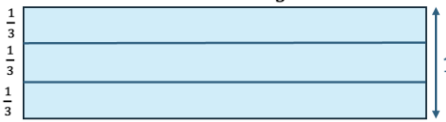


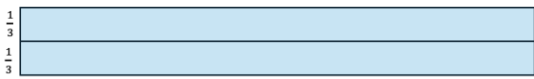

אומר התוספות, אם ידוע לנו שנוסף לריבוע המקורי (עולא, אורך צלע 32 אמות) מסגרת היקפית באורך

$$130 \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

הרי שלמעגל החסום זה יוסיף שטח של $\frac{3}{4}$ משטח הריבוע (תחסר הרביע, כלומר כפי שהראינו לעיל ששטח המעגל החסום בריבוע הוא $\frac{3}{4}$ משטח הריבוע. להוריד רבע משאיר אותנו עם $98 \times \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \times 130 \times \frac{2}{3} = 98 \times \frac{2}{3}$ (ישאר צ"ח ברוחב $\frac{2}{3}$)

[48] כלומר הוספנו שטח של 98 אמות ברוחב שני שלישי אמה
 כעת התוספות ניגש להראות שזה (98 אמות ברוחב שני שלישי אמה) בדיוק שווה לשטח שיצא לנו לעיל ההפרש בין מידת עולא למידת המשנה – שישים וחמש אמות ושליש אמות רבועות

[49] וכן ס"ה אמה ושליש תחתוך לג' חלקים לאורך תהיה רצועה אחת של קצ"ו ברוחב שלישי תחתוך לשנים ותשים זה בצד זה תהיה רצועה ארכה צ"ח על רוחב שני שלישי אמה

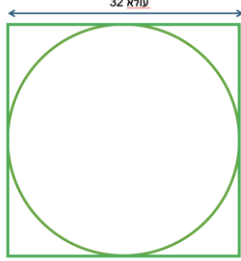
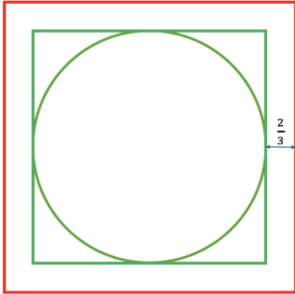
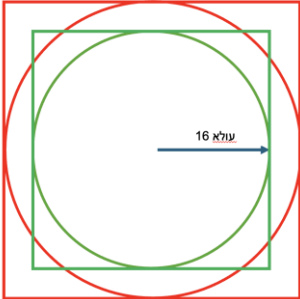
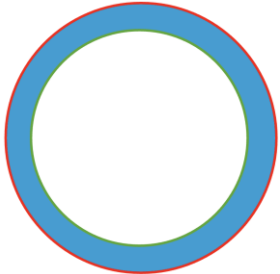
	וכן ס"ה אמה ושליש (ברוחב אמה) שזה ההפרש בין מידת עולא למשנה
	תחתוך לג' חלקים לאורך
	ואז נשים אותם זה לצד זה אז נקבל רצועה באורך 196 (שזה 65 כפול 3) וברוחב שלישי
	תחתוך לשניים
	ותשים זה בצד זה
	תהיה רצועה ארכה צ"ח על רוחב שני שלישי אמה

כלומר $65 \frac{1}{3}$ ברוחב אמה זה שקול לרצועה שארכה צ"ח על רוחב שני שלישי אמה וזה בדיוק תוספת העיגול החסום שקיבלנו לעיל.

הסבר ב' (מדוע תוספת של שני שלישים למידת עולא מוביל אותנו למידת המשנה):

[50] כעת הסבר נוסף של התוספות שמראה שתוספת שני שלישים מובילה אותנו לתוספת שטח של ס"ה אמה ושליש

עוד מצא ר"י בספר אחר מפורש בגמרת הספר להקיף בחוטים אילן דעולא שהוא ל"ב על ל"ב עד שיהא שני שלישי אמה סביב

	<p>כלומר אנו מתחילים עם אילן דעולא. אורך צלע 32</p>
	<p>מוסיפים שני שלישים מסביב</p>
	<p>ומכיוון שבמעגל עסקינן, נסתכל על המעגל החסום במרובע החיצוני</p>
	<p>כעת מה שאנו רוצים להוכיח שתוספת השטח הכלוא בין שני המעגלים (הירוק והאדום) הוא ס"ה ושליש</p>

[51] תחתוך החוטין ותפשטם יהיה העליון ארכו ק' שהוא מקיף ל"ג ושליש וכל שיש ברחבו טפח יש בהיקפו ג' והתחתון צ"ו שהוא מקיף ל"ב הרי התחתון פחות מן העליון מכל צד ב' אמות

כעת מזכיר לנו התוספות את נוסחת היקף מעגל ("וכל שיש ברחבו טפח יש בהיקפו ג'"). ברוחבו טפח כלומר קוטר המעגל $(2r)$ הוא טפח אז ההיקף הוא עפ"י הנוסחה המוכרת [23] היקף שווה ל- $2 \times \pi \times r$. בהנחת π שווה 3 אז נקבל שעל קוטר באורך טפח ההיקף הוא שלושה טפחים. [52] **תחתון החוטין** התוספות מתייחס לשני חוטין. העליון והתחתון (בציור שלנו העליון הוא החיצוני האדום, והתחתון הוא הפנימי הירוק)

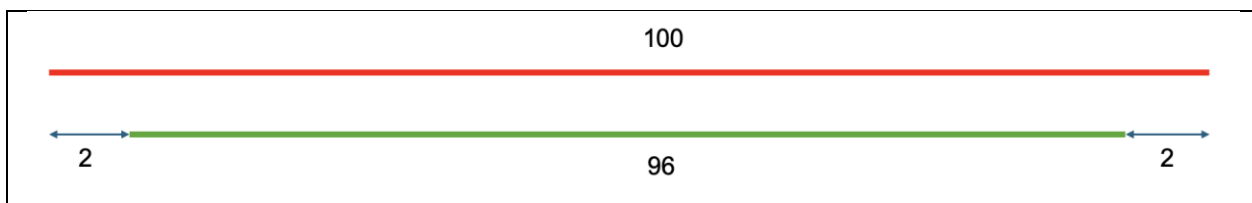
היקף המעגל החיצוני האדום ("יהיה העליון ארכו ק' שהוא מקיף ל'ג ושליש") -

$$2\pi r \approx 2 \times 3 \times 16 \frac{2}{3} = 100$$

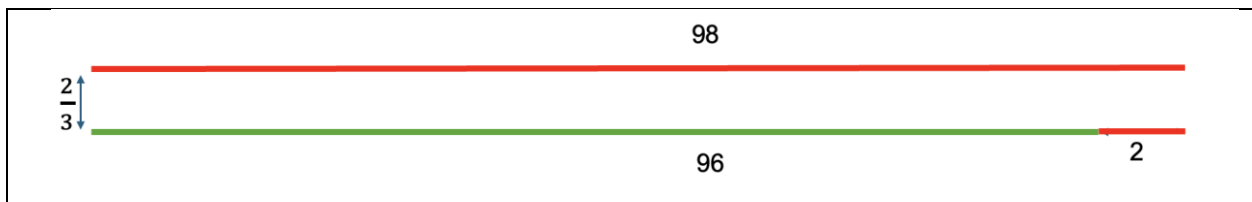
היקף המעגל הפנימי הירוק ("והתחתון צ"ו שהוא מקיף ל'ב") -

$$2\pi r \approx 2 \times 3 \times 16 = 96$$

[53] ההפרש בין ההיקפים של החיצוני (100) והפנימי (96) הוא 4 כלומר שתי אמות מכל צד ("הרי התחתון פחות מן העליון מכל צד ב' אמות")



[54] **ותחתון העודף מצד אחד ותמלא צד אחד האורך לצד הקצר תהיה רצועה צ"ח וכן הוא ס"ה ושליש** המרחק בין שני ההיקפים הוא שני שלישים [כך התחלנו ב-50]. נוריד 2 אמות מהקו האדום (העליון) ונוסיף אותו לירוק ונקבל רצועה באורך 98 וברוחב שני שלישים שזה כבר הראינו בהסבר הראשון [49] של התוספות שקול להפרש בין עולא למשנה של ס"ה ושליש ברוחב שלישי.



הסבר ג' (מדוע תוספת של שני שלישים למידת עולא מוביל אותנו למידת המשנה):

[55] דרך אחרת ל"ג ושליש על ל"ג ושליש מרובעים עולה אלף ומאה וי"א אמות ושליש של שלישי שהיא

תשיעית אמה

	<p>כלומר, אם אנו מוסיפים למידת עולא (16) שני שלישים לכל צד אזי אורך הצלע היא $33\frac{1}{3}$ שטח הריבוע החדש:</p> $33\frac{1}{3} \times 33\frac{1}{3} = 1,111\frac{1}{9}$ <p>(אלף ומאה וי"א אמות ושליש של שלישי שהיא תשיעית אמה)</p>
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

[56] תחסר הרביעית ישאר תתל"ג ושליש הרי אילן המשנה ל"ג ושליש על ל"ג ושליש.

	<p>כלומר, על מנת למצוא את שטח המעגל החסום אנו צריכים להוריד רבע משטח הריבוע החיצוני (כפי שהראינו לעיל)</p> $1111\frac{1}{9} : 4 = 277\frac{7}{9}$ <p>תחסר הרביעית</p> $1111\frac{1}{9} - 277\frac{7}{9} = 833\frac{1}{3}$ <p>שזו בדיוק מידת המשנה</p>
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

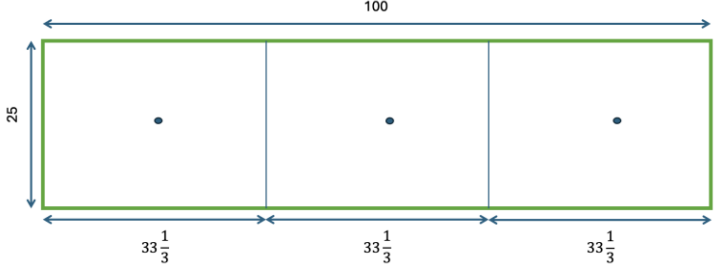
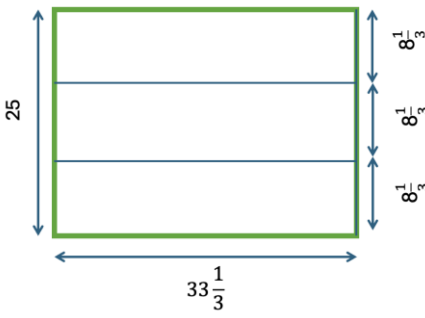
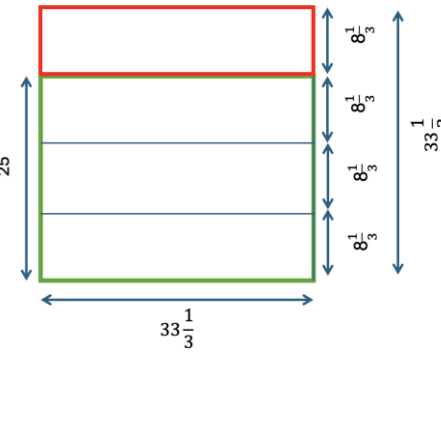
[57] (הג"ה). או כעין זה שלישי סאה הוי י"ו וב' שלישים על חמשים חתוך באמצע ושים זה על זה יהיה

עשרים וחמש על שלשים ושלוש ושליש)

הסבר נוסף (מדוע תוספת של שני שלישים למידת עולא מוביל אותנו למידת המשנה):

בהסבר ג' הראה התוספות איך מריבוע משטח של $33\frac{1}{3} \times 33\frac{1}{3}$ מגיעים למעגל חסום בשטח של $833\frac{1}{3}$ כעת התוספות מראה את הכיוון ההפוך, איך משטח של $833\frac{1}{3}$ (כאשר אנו מתייחסים אליו כשטח המעגל, מידת המשנה) ואנו רוצים לראות מה שטח הריבוע החוסם אותו נגיע ל- $33\frac{1}{3} \times 33\frac{1}{3}$ שזה תוספת של שני השלישים ממידת עולא.

<p>כלומר</p> $50 \times 50 = 100 \times 25 = 2,500$	<p>[58] דרך אחרת בית סאה היא מאה על כ"ה</p>
-----------------------------------------------------	---------------------------------------------

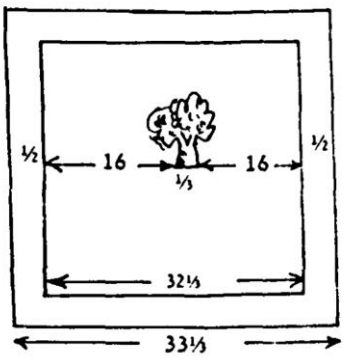
	<p>[59] תקח השליש לאילן אחד יהיה ל"ג ושליש על כ"ה לאחר שחילקנו את בית הסאה לשלושה אילנות, יש לנו $33\frac{1}{3} \times 25$ לכל אילן</p>
<p>[60] כעת התוספות מסביר שאנו מניחים שזה שטח המעגל ואנו רוצים למצוא את שטח הריבוע החוסם. נזכר שלעיל אמרנו שאם יש לנו את שטח הריבוע ואנו רוצים לחשב את שטח המעגל אנו צריכים להוריד $\frac{1}{4}$ כלומר להשאיר $\frac{3}{4}$. כעת אנו עושים את החישוב ההפוך. אנו רוצים להבין איזה ריבוע יוצר מעגל ששטחו $25 \times 33\frac{1}{3}$ אז בעצם אנו צריכים לחשב $\frac{4}{3}$ מהשטח אז נחשב מהו שלישי מהקיים (שליש מלגיו) ונוסיף אותו לקיים (ואז יהיה לנו רביע מלבר). [61] והם ל"ג ושליש על ל"ג ושליש עגולים שהרי מוסיף הרביע מלבר שהיא שלישי מלגיו דהיינו ח' אמה ושליש באורך ל"ג ושליש יהיו ל"ג ושליש על ל"ג ושליש מרובעים (ולספרים דגרסינן פש להו פלאג דאמתא) ועשה אותו עגול שיחסר הרביע שהוספת ויהיה עגול ל"ג ושליש על ל"ג ושליש</p>	
	<p>[62] שלישי מלגיו (מתוך השטח הקיים נחשב שלישי) שזה $33\frac{1}{3} \times 8\frac{1}{3}$ לכל שלישי "דהיינו ח' אמה ושליש באורך ל"ג ושליש יהיו" כדי שנוכל להוסיף אותו אח"כ ולקבל</p>
	<p>[63] " שהרי מוסיף הרביע מלבר " ונוסיף רביע מלבר (האדום בשרטוט). כלומר רבע מחוץ לשטח נוצר לנו ריבוע חדש ששטחו $33\frac{1}{3} \times 33\frac{1}{3}$ יהיו ל"ג ושליש על ל"ג ושליש מרובעים ואז כשנוריד את הרבע הנוסף מהריבוע החדש</p>

[64] כלומר הראינו עוד דרך שמידה של $33\frac{1}{3} \times 33\frac{1}{3}$ (שהיא מידת עולא בתוספת שני שלישים לכל צד) בהורדת רבע כדי למצוא את שטח העיגול אנו מגיעים ל- $833\frac{1}{3}$ (מידת המשנה)

כעת התוספות עובר לשיטות של "פלגא דאמתא" (ולא שני שלישים)

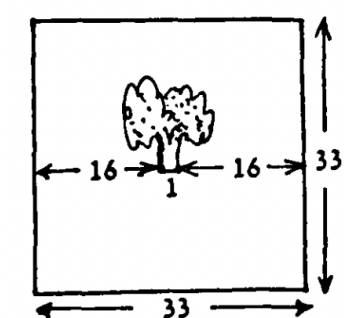
ולספרים דגרסי פש ליה פלגא דאמתא (לפי הגרסאות שההפרש בין עולא למידת המשנה הוא חצי ולא שני שלישים). יש לפרש דחשיב עולא י"ו לכל צד לבד מקום האילן ומקום אילן שלישי על שלישי (גם האילן עצמו

הוא חלק מהשטח ותופס שטח של $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$

 <p>פירוש חי על בבא בתרא (איור 434)</p>	<p>[65] נמצא אילן דעולא ל"ב ושליש על ל"ב ושליש כשתקיף מכל צד פלגא דאמתא יהיה ל"ג ושליש על ל"ג ושליש</p> <p>כלומר לפי שיטה זו כבר לפי עולא אנו בריבוע שגודלו</p> $32\frac{1}{3} \times 32\frac{1}{3}$ $(16 + \frac{1}{3} + 16 = 32\frac{1}{3})$ <p>כעת כשנוסיף חצי אמה מכל צד נהיה במידה של $33\frac{1}{3}$</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

[66] הסבר נוסף ל"פלגא דאמתא" בשם רבינו משולם

ורבינו משולם מפרש דעולא לא חשיב מקום האילן ומקום האילן הוי אמה על אמה נמצא דהוי אילן דעולא ל"ג על ל"ג ואם היו מרובעים היה עולה אלף ופ"ט

 <p>פירוש חי על בבא בתרא (איור 435)</p>	<p>כלומר לפי עולא 16 אמות לכל כיוון בנוסף לאילן עצמו שתופס אמה (לשיטת רבינו משולם שטח האילן הוא אמה על אמה), סה"כ</p> $16+1+16 = 33$ <p>סה"כ הריבוע</p> $33 \times 33 = 1,089$ <p>(אלף ופ"ט)</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

[67] **תחסר הרביע ישאר תתי"ו ושלשה רבעי אמה**

נוריד רבע משיעור הריבוע (עפ"י מה שהראינו ב-24] שיצא לנו ונקבל ששטח המעגל החסום בריבוע הוא :

$$\frac{3}{4} \times 1,089 = 816\frac{3}{4}$$

(תתי"ו ושלושה רבעי אמה)

[68] ול"ג (והו) [פשו] להו ז' מאה ושתין ותמניא

לפי שיטה זו לא גורסים שהפער בין גרסת עולא לגרסת המשנה הוא "מאה ושתין ותמניא"

[69] נמצא דאילן המשנה יתר על של עולא י"ו אמה ושליש ורביע

כי בשיטת החישוב הזה שהאילן תופס אמה הגענו לשיעור של $816\frac{3}{4}$ שזה כבר קרוב יותר לשיעור המשנה של

$833\frac{1}{3}$ הפער בין גרסת עולא לגרסת המשנה הוא :

$$833\frac{1}{3} - 816\frac{3}{4} = 16\frac{7}{12}$$

נשים לב ש "שליש ורביעי" כלומר שלישי ועוד רבע זה :

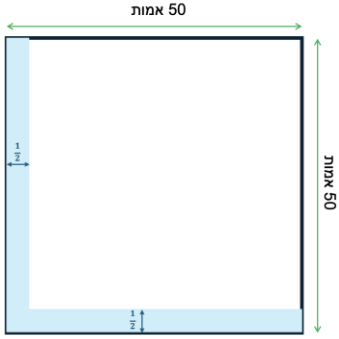
$$16 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = 16\frac{7}{12} = 16.5833$$

כלומר אילן המשנה יתר על של עולא י"ו אמה ושליש ורביע

[70] ופלגא דאמתא קאי אבית סאה שהיא חמשים על חמשים כשתסיר פלגא דאמתא לאורך וכן לרוחב יעלה

החסרון חמשים אמה חסר רביע דהיינו לג' אילנות ולאילן אחד יעלה י"ו אמה ושליש ורביע וישאר כאילן

דעולא :

	<p>[71] עפ"י הסבר זה, תוספת החצי אמה לא מתייחס למידת עולא אלא מתייחס לכל בית הסאה. ופלגא דאמתא קאי אבית סאה שהיא חמשים על חמשים נסיר חצי אמה לאורך ולרוחב (השטח בתכלת) כשתסיר פלגא דאמתא לאורך וכן לרוחב</p>
-------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>50 אמות</p> <p>אמות 50</p> <p>$\frac{1}{2}$</p> <p>$\frac{1}{2}$</p>	<p>[72] יעלה החסרון חמשים אמה חסר רביע להוריד חצי אמה מחמישים אמה ברוחב חצי ברוחב חצי זה בעצם להוריד $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ הריבוע הקטן בשרטוט משמאל שטחו $\frac{1}{4}$</p>
<p>[73] כל רצועה בצבע תכלת :</p> $49 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 24 \frac{3}{4}$ <p>[74] סה"כ השטח הלבן שווה לסך כל השטח פחות שתי רצועות תכלת פחות הריבוע</p> $(50 \times 50) - 24 \frac{3}{4} - 24 \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = 2,450 \frac{1}{4}$ <p>[75] דהיינו לג' אילנות ולאילן אחד יעלה י"ו אמה ושליש ורביע וישאר כאילן דעולא</p> <p>כלומר לג' אילנות יש לנו $2,450 \frac{1}{4}$ אמות רבועות</p> $2,450 \frac{1}{4} : 3 = 816 \frac{3}{4}$ <p>כלומר, לאחר שהורדנו חצי אמה (על כל בית הסאה) הגענו ממידת המשנה $833 \frac{1}{3}$ למידת עולא $816 \frac{3}{4}$ (כפי שהראנו ב-[67])</p>	